

1. Hangi  $a \in \mathbb{R}$  değerleri için ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & a-2 \\ 3 & 6-a & 3-5a \end{pmatrix}$  reel sayılar matrisinin rankı 2 dir.
2. Hangi  $a, b \in \mathbb{R}$  değerleri için ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & 2b-2 \\ -3 & 6-a & a-3 \end{pmatrix}$  reel sayılar matrisi nin rankı 2 dir.
3. Hem alt üçgensel hem de ters simetrik olan tüm matrisleri belirleyiniz.
4. Hem üst üçgensel hem de ters simetrik olan tüm matrisleri belirleyiniz.
5. Hem alt üçgensel hem de simetrik olan tüm matrisleri belirleyiniz.
6. Hem üst üçgensel hem de simetrik olan tüm matrisleri belirleyiniz.
7. Hem simetrik hem de ters simetrik olan tüm matrisleri belirleyiniz.
8.  $a, b, c \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$  matrisinin rankını araştırınız.
9.  $a, b, c \in \mathbb{R}$  ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$  olmak üzere  $A^T$  matrisinin rankını araştırınız.

10. Aşağıdaki iddialar doğru mudur? Neden?

- a. Her  $A = (a_{ij}) \in Mat(n, F)$  ters simetrik matrisi için  $a_{ii} = 0$  ( $\forall i \in \{1, \dots, n\}$ ).
- b. Her kare matris bir simetrik matris ile bir ters simetrik matrisin toplamı biçiminde yazılabilir ve bu yazılış tektir.
- c. Aynı dereceden iki üst üçgensel kare matrisin çarpımı bir üst üçgensel matristir.
- d. Aynı dereceden iki alt üçgensel kare matrisin çarpımı bir alt üçgensel matristir.
- e.  $n$ . dereceden bir  $A$  kare matrisin tersinir olabilmesi için gerekli ve yeterli koşul  $rank A = n$  olmasıdır.
- f.  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in Mat(2, F)$  matrisinin tersinir olabilmesi için gerekli ve yeterli koşul  $ad - bc \neq 0_F$  olmasıdır.
- g. Her  $A, B \in Mat(n, F)$  için,  $rank(A + B) = rank A + rank B$ .
- h. Her  $A, B \in Mat(n, F)$  için,  $rank(AB) = (rank A)(rank B)$ .
- i. Her  $A, B \in Mat(n, F)$  için,  $rank(A) = (rank B) = n$  ise  $rank(AB) = n$  dir.
- j. Satırca denk olan matrislerin rankları aynıdır.
- k. Aynı dereceden sonlu sayıda tersinir kare matrisin çarpımı da tersinirdir.
- l.  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & a & b \\ 0 & c & d \end{pmatrix}$  matrisinin tersinir olabilmesi için gerekli ve yeterli koşul  $ad - bc \neq 0$  olmasıdır.