

İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü

Termodinamik ve İstatistik Mekanik II

Bütünleme Soruları (Örgün Öğretim) 5 Şubat 2013: Saat: 11:00

Doç. Dr. Ekrem Aydiner

E-posta: ekrem.aydiner@istanbul.edu.tr

Ofis: 15177

Dikkat!!! 3 soru seçiniz!

1. Çok parçacıklı bir kuantum sistemi için *kanonik yoğunluk operatörünü* kullanarak aşağıdaki eşitliği elde ediniz ve bu ifadenin ne anlama geldiğini yorumlayınız.

$${}^{S,A} \langle n'_1, n'_2, \dots | \hat{\rho} | n_1, n_2, \dots \rangle^{S,A} = \left[\sum_{\{n_k\}} \exp \left\{ -\beta \sum_{k=1}^{\infty} n_k \epsilon_k \right\} \right]^{-1} \exp \left\{ -\beta \sum_{k=1}^{\infty} n_k \epsilon_k \right\} \delta_{n'_1 n_1 \dots} \quad (1)$$

2. Bir Homiltanyan operatörünün beklenen değerinin bir *büyük kanonik* küme için,

$$\langle \hat{H} \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln \Xi (T, V, z) |_{z,V} \quad (2)$$

şeklinde verileceğini gösteriniz $\odot$

3. Bose-Einstein yoğunlaşması nedir? Ayrıntılı olarak tartışınız. Yoğuşma kritik sıcaklık değerinin

$$kT_c = \left(\frac{N}{V} \right)^{2/3} \frac{h^2}{2\pi m [\zeta(3/2)]^{2/3}} \quad (3)$$

ifadesiyle verileceğini gösteriniz $\odot$

4. Bir ideal Fermi gazı için parçacık sayısı

$$N(T, V, z) = \sum_k \langle n_k \rangle = \sum_k \frac{1}{z^{-1} \exp \{ \beta \epsilon_k \} + 1} \quad (4)$$

ile verilir. *Tek parçacık durum yoğunluğu* yaklaşımını kullanarak Denk. (4) ile verilen parçacık sayısı ifadesinin integral formunun

$$N(T, V, z) = g \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \int_0^{\infty} d\epsilon \frac{\epsilon^{1/2}}{z^{-1} \exp \{ \beta \epsilon \} + 1} \quad (5)$$

şeklinde yazılabileceğini gösteriniz. Ayrıca bu integrali alarak sonucu termal dalga boyu cinsinden

$$N(T, V, z) = \frac{gV}{\lambda^3} f_{3/2}(z) \quad (6)$$

biçiminde elde ediniz $\odot$

5. $\mathbf{B}$ magnetik alan içerisinde bulunan bir elektronun Hamiltonyanı

$$\hat{H} = -\mu_B (\hat{\sigma} \cdot \mathbf{B}) \quad (7)$$

şeklinde verilir. Burada μ_B Bohr magnetonu elektronun magnetik momentini temsil eder. $\hat{\sigma}$ ise elektronun Pauli spin operatörüdür ve bileşenleri

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

şeklinde verilir. $\mathbf{B}$ magnetik alanının yalnızca z-bileşeni doğrultusunda uygulandığını varsayarak $\langle \hat{\sigma}_x \rangle$, $\langle \hat{\sigma}_y \rangle$ ve $\langle \hat{\sigma}_z \rangle$ beklenen değerlerini *kuantum istatistik mekaniği* formülasyonu kullanarak hesaplayınız ☺

Başarılar dilerim.